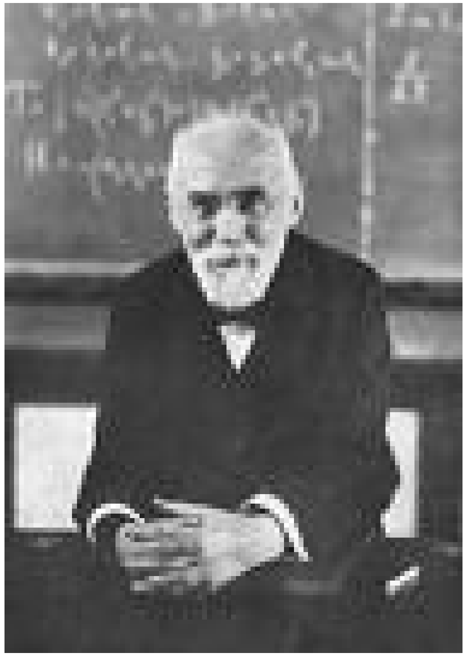
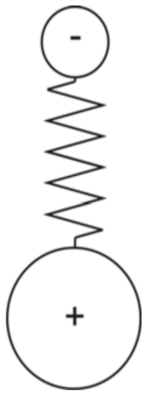
Interakce světla s látkou



H. A. Lorentz

1. Klasický Lorentzův model



P. Malý, Optika, Karolinum 2008

$$\vec{P} = N\,\vec{p} \qquad\qquad p = q\,x$$

$$m\,\ddot{x} + m\,\gamma\,\dot{x} + \kappa\,x = q\,E$$

$$\Omega^2 = \frac{\kappa}{m}$$

$$\widetilde{E}(t) = E_0 \exp(-i\,\omega t) \qquad\qquad \widetilde{x}(t) = \widetilde{x}_0 \exp(-i\,\omega t)$$

$$\tilde{x}_0 = \frac{q\,E_0}{m}\,\frac{1}{\Omega^2 - \omega^2 - i\,\omega\,\gamma}$$

$$\tilde{P}(t) = \frac{N\,q^2\,E_0}{m}\,\frac{\exp(-i\,\omega t)}{\Omega^2 - \omega^2 - i\,\omega\,\gamma}$$

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi \vec{E}$$

$$\tilde{\varepsilon}_r = 1 + \tilde{\chi} \qquad\qquad \tilde{n}^2 = \tilde{\varepsilon}_r$$

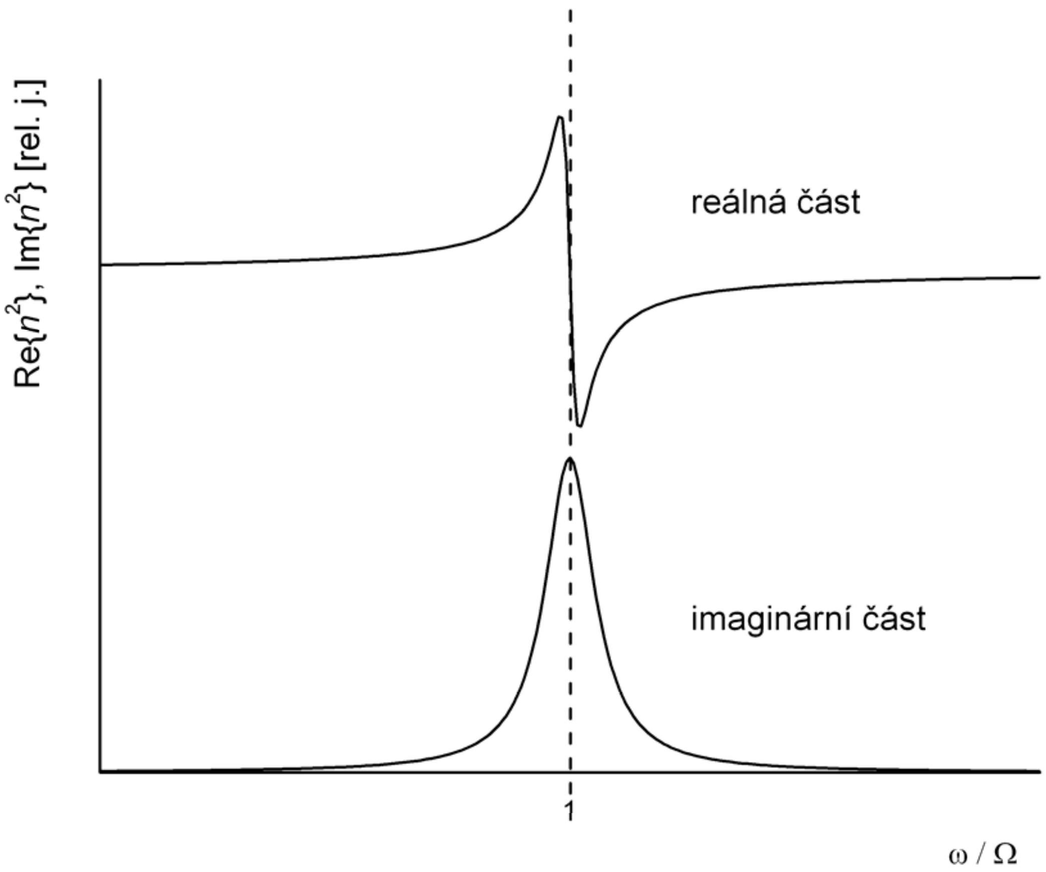
$$\tilde{\varepsilon}_r = 1 + \tilde{\chi} = \tilde{n}^2 = 1 + \frac{N q^2}{\varepsilon_0 m} \frac{\Omega^2 - \omega^2 + i \omega \gamma}{\left(\Omega^2 - \omega^2\right)^2 + \omega^2 \gamma^2}$$

$$\tilde{\varepsilon}_r = \tilde{n}^2 = \varepsilon_R + i\,\varepsilon_I$$

$$n_I = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(-\varepsilon_R + (\varepsilon_R^2 + \varepsilon_I^2)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

,

$$n_R = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\varepsilon_R + (\varepsilon_R^2 + \varepsilon_I^2)^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$$



Re{n²}, Im{n²} [rel. j.]
reálná část
imaginární část
1
ω / Ω

V laseru: dielektrické prostředí (mimo rezonanci) + atomy, ionty, … (rezonance)

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{P} = \vec{P}_{at} + \vec{P}_{mat} \qquad \vec{P}_{mat} = \varepsilon_0 \, \chi_{mat} \, \vec{E} \qquad \vec{P}_{at} = \varepsilon_0 \, \chi_{at} \, \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi_{mat} \vec{E} + \varepsilon_0 \chi_{at} \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_{mat} \left[1 + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{mat}} \chi_{at} \right] \vec{E}$$

Vysvětlení absorpce z mikroskopického hlediska

jaký výkon je přenesen ze světelné vlny do jednoho oscilátoru?

$$L = \frac{d\,A}{d\,t}$$

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$dA = q\,E\,dx$$

$$L = q\,E\,\dot{x}$$

$$E = \frac{1}{2}\widetilde{E}_0 \exp\left(-i\,\omega t\right) + c.c.$$

$$x = \frac{1}{2}\widetilde{x}_0 \exp\left(-i\,\omega t\right) + c.c.$$

$$L = -\frac{i}{4} q\,\omega \left[\widetilde{x}_0\,\widetilde{E}_0^* + \widetilde{x}_0\,\widetilde{E}_0 \exp\left(-2\,i\,\omega t\right)\right] + c.c.$$

Střední výkon

$$\left\langle L \right\rangle = -\frac{i}{4} q\,\omega\,\widetilde{E}_0^*\,\widetilde{x}_0 + c.c.$$

$$\widetilde{x}_0 = \frac{q\,E_0}{m}\,\frac{1}{\Omega^2 - \omega^2 - i\,\omega\,\gamma}$$ (dříve)

$$\langle L \rangle = -\frac{i}{4}\,q\,\omega\,\widetilde{E}_0^{*}\,\frac{q\,\widetilde{E}_0}{m}\,\frac{1}{\Omega^2 - \omega^2 - i\,\omega\,\gamma} + \frac{i}{4}\,q\,\omega\,\widetilde{E}_0\,\frac{q\,\widetilde{E}_0^{*}}{m}\,\frac{1}{\Omega^2 - \omega^2 + i\,\omega\,\gamma}$$

$$\langle L \rangle = \frac{q^2\,\omega^2\,\left|E_0\right|^2}{2\,m}\,\frac{\gamma}{\left(\Omega^2 - \omega^2\right)^2 + \omega^2\gamma^2}$$

Střední výkon je vždy nezáporný, $\langle L \rangle \geq 0$, tlumený oscilátor tedy absorbuje světlo.

V látce jsou identické oscilátory s koncentrací *N*. Uvažujme světelný svazek, který má průřez *A*. Během šíření po dráze *dz* osvítí *dn* oscilátorů

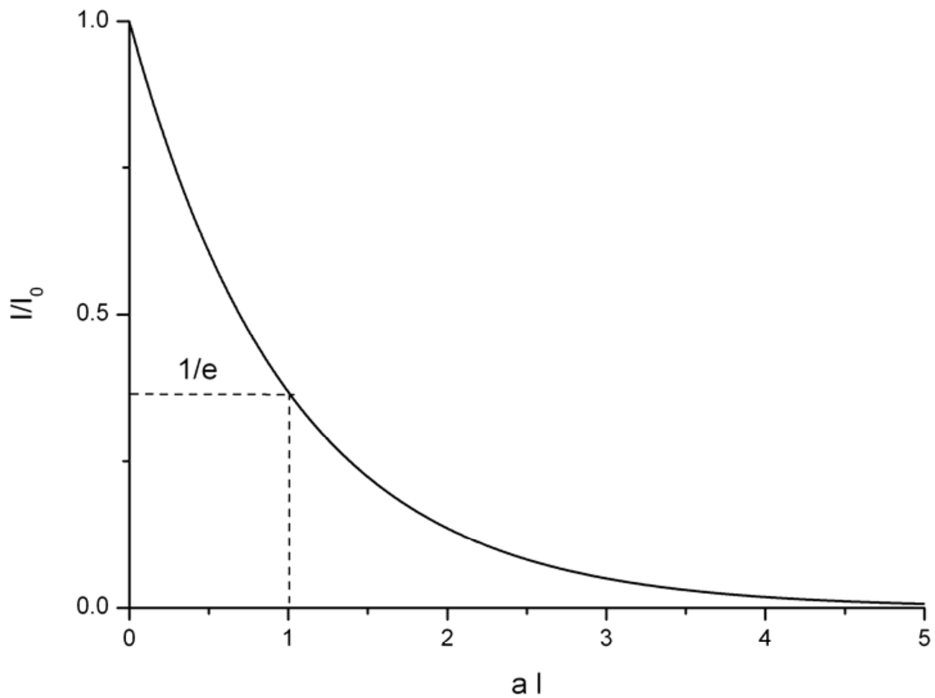
$$dn = A\,N\,dz$$

oscilátorům předán střední výkon $dn\langle L\rangle$

$$dI = -\langle L\rangle N\,dz$$

$$dI = -\,I\,\frac{q^2\,\omega^2}{m\,n_R}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_0}}\,\frac{\gamma}{\left(\Omega^2-\omega^2\right)^2+\omega^2\gamma^2}\,N\,dz$$

$$dI = -\,a\,I\,dz$$



1.0
0.5
0.0
I/I0
1/e
0
1
2
3
4
5
a l

absorpční koeficient a

$$a = \frac{q^2}{m\, n_R} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_0}} \frac{\gamma\, \omega^2}{\left(\Omega^2 - \omega^2\right)^2 + \omega^2 \gamma^2} N$$

$$I(z) = I_0 \exp(-a\, z)$$

absorpční (Lambertův- Beerův, resp. Bougnerův) zákon

Spektrální průběh absorpčního koeficientu ?

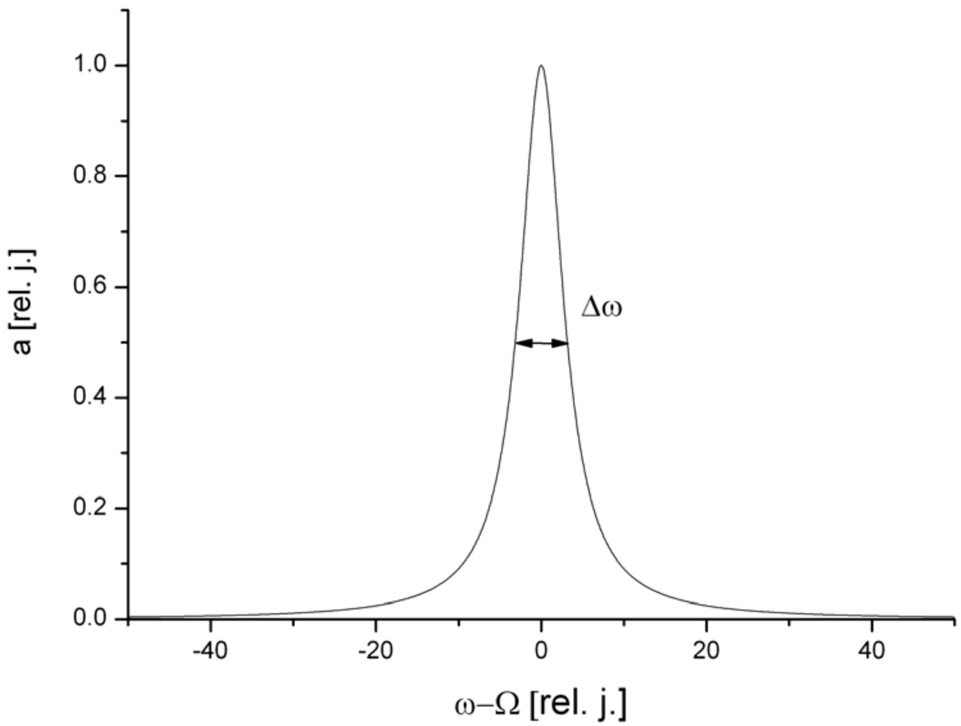
$$|\omega - \Omega| << \omega \qquad \Omega^2 - \omega^2 = (\Omega - \omega)(\Omega + \omega) \approx 2\omega(\Omega - \omega)$$

$$a = \frac{q^2 N}{m n_R \gamma} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_0}} \frac{1}{4\frac{(\Omega - \omega)^2}{\gamma^2} + 1}$$

$$a_{MAX} = \frac{q^2 N}{m n_R \gamma} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_0}} \qquad \Delta\omega_{FWHM} = \gamma$$

Lorentzova křivka

FWHM (full width at half maximum)



1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
a [rel. j.]
Δω
-40
-20
0
20
40
ω−Ω [rel. j.]

Klasické záření atomárního oscilátoru („tlumení zářením“)

$$L = \frac{\omega^4 \, p^2}{12\pi \, \varepsilon \, c^3} \qquad W = \frac{m\,\omega^2 \, p^2 / q^2}{2}$$

$$\tau = \frac{E}{P} = \frac{6\,\pi\, m\, \varepsilon\, c^3}{q^2\, \omega^2} \approx 10^{-8}\ \mathrm{s}$$

$$\omega = 4 \times 10^{15}\ \mathrm{s} \qquad m = m_e\,, q = q_e\,, \varepsilon = \varepsilon_0$$